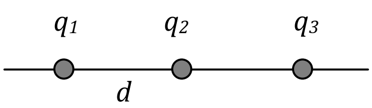
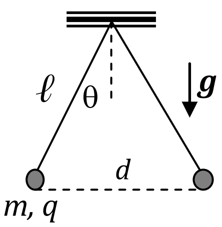
Electrostática



Ejercicio 1: las tres cargas de la figura están sobre una línea recta, $q_1 > 0$, $q_2 < 0$ y $q_3 > 0$.
a) si las cargas están equiespaciadas, halle el valor de q_3, en términos de q_2, para que la fuerza sobre q_1 sea nula;
b) si $|q_1| = |3q_2|$ calcule la posición en la que q_3 se halla en equilibrio;
c) justifique si el resultado anterior depende del signo de q_3.

a) $q_3 = 4|q_2|$
b) x= 2,365 d y x= 0,635 d, medidos desde q_1 hacia la derecha.
c) el signo de q_3 es irrelevante.



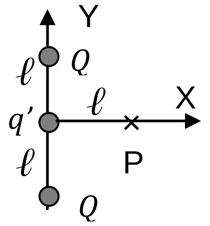
Ejercicio 2: los cuerpos puntuales de la figura se hallan suspendidos del mismo punto por hilos de igual longitud ℓ. Ambos cuerpos tienen masa m y carga q, y puede considerarse nula la masa de los hilos. Si en equilibrio el ángulo entre los hilos es 2θ, determine la carga q de cada uno de los cuerpos en términos de los parámetros propios del problema (m, θ, g, ℓ).

$q = 2\ell \, sen\theta \, [mg \, tg\theta / k_0]^{1/2}$ $\quad (k_0 = 1/4\pi\varepsilon_0)$

Ejercicio 3: las dos cargas de la figura se hallan en equilibrio, unidas por un resorte de longitud en reposo ℓ_0 = 0,2m deformado 4cm. Para $q_1 = 4\times10^{-6}$ C y $q_2 = 2\times10^{-6}$ C.
a) calcule el valor de la constante elástica k_{RES};
b) justifique si es posible reemplazar el resorte por una carga eléctrica a los efectos de lograr el equilibrio (en caso afirmativo, indique su signo y dónde debe colocarse);
c) calcule el valor de esa carga.

a) k_{RES} = 31,25 N/m; b) para provocar la misma separación (24cm) debe colocarse una carga negativa aproximadamente a 14 cm a la derecha de q_1;
c) $q_3 = -0{,}68\mu C$.

Ejercicio 4: se tienen 3 cargas eléctricas equiespaciadas una distancia ℓ, las de los extremos de valor Q y la del centro de valor q', como muestra la figura.



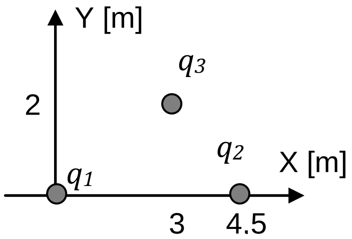
a) obtenga la relación entre los valores Q y q' de manera tal que el campo eléctrico en el punto $P = (\ell; 0)$ sea nulo;

b) suponiendo $q' = -2Q$, halle el valor de la fuerza que sentiría una carga de prueba q en todo punto del eje $X>0$;

c) con la expresión de la fuerza hallada en el punto (b) calcule el trabajo que realiza la fuerza eléctrica cuando se traslada la carga q' desdee un punto $x_1>0$ a otro punto $x_2>x_1$.

a) $q' = -\frac{\sqrt{2}}{2}Q$ b) $\vec{F} = k_0 2Qq\left(\frac{x}{(x^2+\ell^2)^{3/2}} - \frac{1}{x^2}\right)\hat{e}_x$

c) $W = \int_{x1}^{x2} \vec{F}\cdot d\vec{x} = k_0 2Qq \int_{x1}^{x2}\left(\frac{x}{(x^2+\ell^2)^{3/2}} - \frac{1}{x^2}\right)dx = k_0 2Qq\left(\frac{-1}{\sqrt{x^2+\ell^2}} + \frac{1}{x}\right)\Big|_{x1}^{x2}$



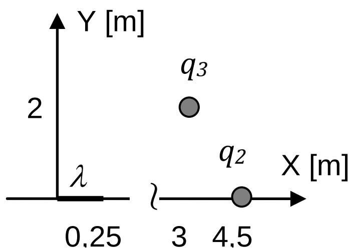
Ejercicio 5: las cargas de la figura valen $q_1 = 2\times10^{-6}\ C \equiv 2\mu C$; $q_2 = -3\times10^{-6}\ C \equiv -3\mu C$; $q_3 = 1\mu C$. Calcule:

a) el valor de la fuerza que las cargas q_1 y q_2 ejercen sobre q_3;

b) el valor del campo eléctrico que las cargas q_1 y q_2 generan en la posición de la carga q_3.

a) (3,74; –2,69) ×10^{-3} N; b) (3,74; –2,69) ×10^{3} N/C

Ejercicio 6: reemplace ahora la carga q_1 del ejercicio anterior por una varilla de longitud $L=0{,}25m$ cargada con densidad de carga uniforme $\lambda = 8\times10^{-6}\ C/m$.



a) demuestre que el valor de la carga total de varilla coincide con el valor de q_1 del ejercicio anterior;

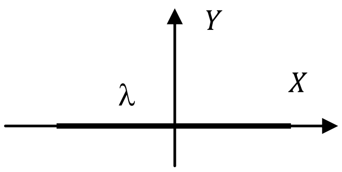
b) halle el valor de la fuerza que la varilla y la carga q_2 ejercen sobre q_3;

c) discuta por qué difieren los resultados respecto del ejercicio anterior a pesar de tratarse de cargas de idéntico valor.

a) $Q = \int_0^{0,25} \lambda\, dx' = 2\times10^{-6} C$; b) (3,81; –2,60) ×$10^{-3}$ N.

c) la distribución de cargas a lo largo de la varilla provoca una distribución de fuerzas sobre la carga q_3. Su integral resulta en una fuerza de magnitud diferente respecto del ejercicio anterior.

Ejercicio 7: la varilla de la figura, de longitud $2L$, posee distribución de carga lineal uniforme $\lambda(x)=\lambda_0$ ($\lambda_0>0$) y se halla en vacío.



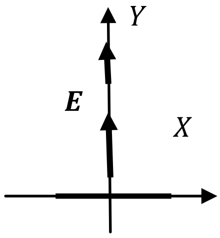
a) haga un dibujo esquemático de la distribución del campo eléctrico que esta varilla genera en todo punto del eje $Y>0$;

b) halle la expresión del campo eléctrico en todo punto $Y>0$;

c) repita los puntos (a) y (b) suponiendo que la varilla se desplaza horizontalmente de modo tal de tener su extremo izquierdo en $x=0$;

d) en la situación del apartado (c), halle la expresión del campo eléctrico generado por la varilla en todo punto del eje $X>2L$.

a)



b)

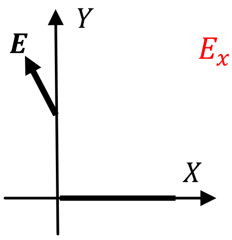
$$\vec{E} = k_0\lambda_0 \int_{-L}^{L} dx' \frac{(-x';y)}{(x'^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_x = -k_0\lambda_0 \int_{-L}^{L} dx' \frac{x'}{(x'^2+y^2)^{3/2}} = -k_0\lambda_0 \left[\frac{-1}{(x'^2+y^2)^{1/2}}\right]_{-L}^{L} = 0$$

$$E_y = k_0\lambda_0 \int_{-L}^{L} dx' \frac{y}{(x'^2+y^2)^{3/2}} = k_0\lambda_0 y \left[\frac{x}{y^2(x'^2+y^2)^{1/2}}\right]_{-L}^{L} = k_0\lambda_0 \frac{2L}{y\sqrt{L^2+y^2}}$$

c)

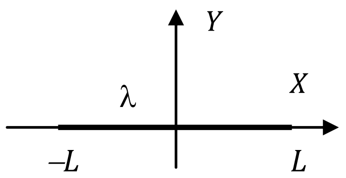
$$\vec{E} = k_0\lambda_0 \int_{0}^{2L} dx' \frac{(-x';y)}{(x'^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$



$$E_x = -k_0\lambda_0 \int_{0}^{2L} dx' \frac{x'}{(x'^2+y^2)^{3/2}} = -k_0\lambda_0 \left[\frac{-1}{(x'^2+y^2)^{1/2}}\right]_{0}^{2L} = k_0\lambda_0 \left(\frac{1}{\sqrt{4L^2+y^2}} - \frac{1}{|y|}\right)$$

$$E_y = k_0\lambda_0 \int_{0}^{2L} dx' \frac{y}{(x'^2+y^2)^{3/2}} = k_0\lambda_0 y \left[\frac{x}{y^2(x'^2+y^2)^{1/2}}\right]_{0}^{2L} = k_0\lambda_0 \frac{2L}{y\sqrt{4L^2+y^2}}$$

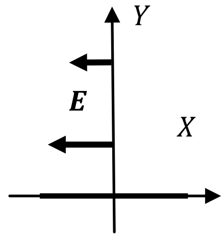
d) $$\vec{E} = k_0\lambda_0 \int_{0}^{2L} dx' \frac{1}{(x-x')^2}\,\hat{e}_x = k_0\lambda_0 \left[\frac{1}{x-x'}\right]_{0}^{2L} = k_0\lambda_0 \left(\frac{1}{x-2L} - \frac{1}{x}\right) \qquad x > 2L$$



Ejercicio 8: la varilla de la figura, de longitud $2L$, se halla en vacío y tiene densidad de carga que varía en la forma $\lambda(x) = \lambda_0\, x$ ($\lambda_0>0$).
a) calcule el valor de la carga total de la varilla;
b) dibuje las líneas de campo de la distribución sobre el eje Y;
c) halle la expresión del campo eléctrico en todo punto Y>0 y corrobore que se corresponde con las líneas de campo del inciso (b);
d) discuta cómo cambian los resultados si la densidad de carga fuera de la forma $\lambda(x)=\lambda_0\, x^2$.

a) Q=0;

b)



c) $\vec{E} = k_0 \lambda_0 \int_{-L}^{L} x' dx' \frac{(-x'; y)}{(x'^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$ (observe que la 2° integral resulta nula)

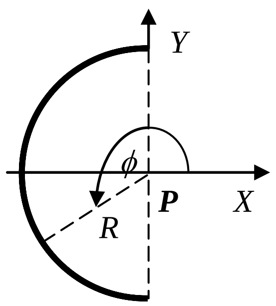
d) Q_{TOTAL} no sería nula, y el CE sobre el eje Y tendría componente sólo paralela al eje Y.

Ejercicio 9: Un anillo de radio R está cargado con densidad lineal uniforme de carga $\lambda > 0$ y se halla en el plano horizontal XY de un sistema de referencia. En el eje de revolución de la espira (el eje Z) se coloca una carga puntual de valor $+q$ y masa m. La partícula se halla en equilibrio a una altura $z=D$ sobre el plano de la espira. Halle la expresión:
a) de la densidad de carga λ del anillo (en función de los parámetros R, D, q, m);
b) del campo eléctrico en el centro de la espira (el punto $(0;0;0)$).

a) $\lambda = \frac{(R^2 + D^2)^{3/2} mg}{2\pi q k R D}$

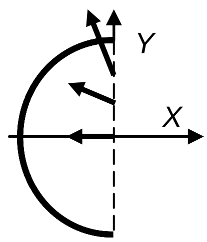
b) $\vec{E} = kq/D^2 \ (-\hat{e}_z)$

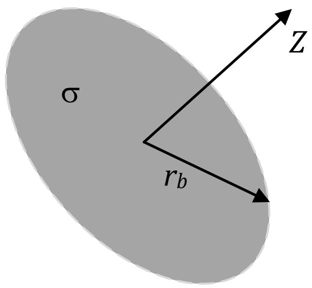
Ejercicio 10: considere una semicircunferencia de radio R cargada con distribución de carga cuya densidad lineal es $\lambda(\phi) = \lambda_0 \cos\phi$ ($\lambda_0 > 0$). El centro de curvatura de la semicircunferencia es el punto ***P***.
a) encuentre la dirección y sentido de la fuerza que sentiría una carga positiva ubicada en el punto ***P***.
b) dibuje las líneas de campo en los puntos (0; 0 < y < R) correspondientes a esta distribución.



a) $\vec{F} = F_x(-\hat{e}_x) \quad F_x > 0$

b)





Ejercicio 11: Un disco plano, de radio r_b, fijo a un sistema de referencia, está cargado homogéneamente con densidad superficial de carga σ, como muestra la figura. Halle la expresión de la intensidad del campo eléctrico en todo punto del eje de revolución del disco (eje Z en la figura).

$$\vec{E} = -\left(\frac{2\pi k_0 \sigma z}{(r_b^2+z^2)^{3/2}}\right)_0^{rb} \hat{e}_Z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\, sg(z)\left[1-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{r_b^2}{z^2}}}\right]\hat{e}_Z$$

Ejercicio 12: a partir del resultado del ejercicio anterior, halle la expresión del campo generado (en vacío) por:

a) un anillo de radio r_b;

b) una corona de radios interno r_a y externo r_b;

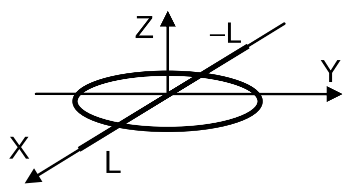
c) un plano infinito.

a) $$\vec{E} = k_0\lambda_0 \int_0^{rb} r_b\, d\phi' \frac{(-r_b cos\phi';\ -r_b sen\phi';\ z)}{(r_b^2+z^2)^{3/2}} = \frac{2\pi k_0 \lambda_0 r_b z}{(r_b^2+z^2)^{3/2}}\,\hat{e}_z$$

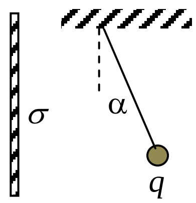
b) $$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\, sg(z)\left[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{r_a^2}{z^2}}}-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{r_b^2}{z^2}}}\right]\hat{e}_Z$$

c) $$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\, sg(z)\,\hat{e}_Z$$

Ejercicio 13: la configuración de cargas de la figura consiste en un anillo de radio R, uniformemente cargado con densidad uniforme de carga λ_1 ($\lambda_1>0$) y un alambre de longitud $2L$ que pasa por el centro del anillo y está cargado con densidad de carga variable, de la forma $\lambda_2 = \beta\, \lambda_0\, x^2$. (β es un coeficiente de valor unidad y dimensiones m^{-2}, que se incorpora al solo efecto de ajustar las unidades). Sabiendo que la carga total de la configuración vale cero, halle la expresión de λ_0 en función del radio del anillo, de R, L y de λ_1.



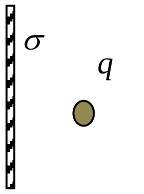
$\lambda_0 = -3\pi R \lambda_1/\beta L^3$



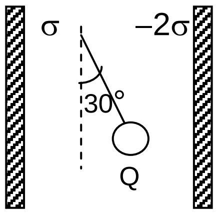
Ejercicio 14: un cuerpo puntual de masa m = 20g se encuentra suspendido de un hilo que forma un ángulo α = 37^0 con respecto a una placa plana (que puede considerarse infinita) cargada con densidad uniforme σ = 8,85 μC/m^2. Calcule el valor de la carga q.

q= 3×10^{-7} C

Ejercicio 15: la partícula de la figura, de masa m y carga $q > 0$ se halla frente a un plano infinito cargado con distribución uniforme de carga de densidad $\sigma > 0$ y en el vacío. Halle la expresión de la aceleración de la partícula. (No tenga en cuenta la acción del campo gravitatorio sobre la partícula. Para ello puede pensar que se halla sobre un plano horizontal sin rozamiento y que la plano infinito es perpendicular al plano horizontal).



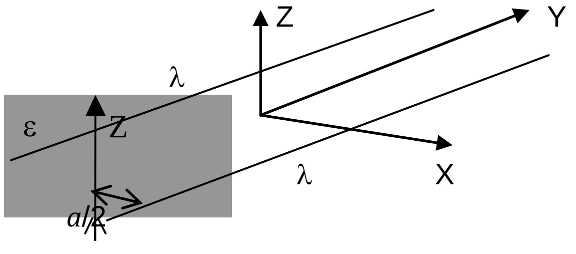
$a = q\sigma / 2\varepsilon_0 m$



Ejercicio 16: la carga puntual Q de la figura está unida a un hilo inextensible, en el campo gravitatorio, a distancia d=25cm de un plano (a los efectos prácticos, infinito) cargado con σ_{PLANO1}= 20μC/m^2 y igual distancia de otro con carga σ_{PLANO2}= $-2\sigma_{PLANO1}$= =–40μC/m^2. El hilo forma un ángulo de 30° con la vertical. Halle la expresión de la carga Q (cuya masa es m=20g).

$$Q = 2\varepsilon_0 \frac{mg\ tg30°}{3\sigma} = 3{,}4 \times 10^{-8} C$$

Ejercicio 17: sea la configuración de cargas de la figura, formada por dos hilos conductores paralelos de longitud $2L$, separados una distancia a, ambos con densidad de carga λ. Todo el sistema se halla en el mismo plano y en el vacío.

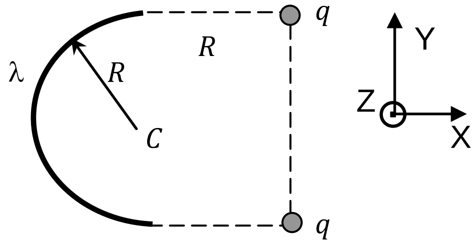


a) apelando a razonamientos de simetría puede inferirse cuál o cuáles son las componentes del campo sobre el eje Z. Dibuje las líneas de campo eléctrico a lo largo de este eje;
b) indique cuánto vale el campo eléctrico en el origen de coordenadas;
c) calcule el valor del campo eléctrico $\boldsymbol{E}$ en todo punto del eje Z (observe que los alambres se extienden entre –L y +L); asuma L>>a.

a) la simetría alrededor del eje Z indica que la única componente que puede sobrevivir es Ez;
b) una carga de prueba en el origen tiene fuerzas aplicadas de a pares iguales y opuestos. Luego, debe ser E(z=0) = 0;

c) $$\vec{E} = k_0 \lambda_0 \left(0; 0; \frac{4Lz}{\left(\frac{a^2}{4} + z^2\right)\sqrt{\frac{a^2}{4} + z^2 + L^2}} \right)$$

Ejercicio 18: Dada la configuración de la figura (un alambre semicircular cargado con densidad uniforme λ_0 y dos cargas puntuales) calcule el campo eléctrico $\boldsymbol{E}$ en todo punto del eje que pasa por el punto C y es perpendicular al plano del dibujo. Considere puntuales a las cargas de los extremos. Discuta si el aro se halla en una posición de equilibrio, y de no ser así indique la dirección y sentido de la fuerza que debería aplicarse al aro para evitar que se desplace. Asuma $q > 0$, $\lambda_0 > 0$.



$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_\lambda + \boldsymbol{E}_q$ (E_λ es el campo del alambre y E_q el generado por las cargas puntuales)

$$\vec{E}_\lambda = \frac{k_0 \lambda_0}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \left(2R^2\, \hat{e}_x + \pi R z\, \hat{e}_z\right) \qquad \vec{E}_q = \frac{2k_0 q}{(2R^2 + z^2)^{3/2}} \left(-R\, \hat{e}_x + z\, \hat{e}_z\right)$$

Ejercicio 19: El campo eléctrico que ingresa a una región del espacio (un cubo de 25m de arista) es constante en el tiempo, tiene la dirección del eje $\boldsymbol{x}$, apunta en el sentido positivo de dicho eje y decrece desde E_1 = 560 N/C en x_1 = 0 hasta E_2 = 410 N/C en x_2 = 25 m. Calcule el valor de la carga eléctrica encerrada en la región cúbica, sabiendo que dos de sus caras son perpendiculares a la dirección del campo, una de ellas está ubicada en el plano yz y la otra del lado positivo del eje x. ($\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ $C^2/N.m^2$).

$$Q = \varepsilon_0 [E(x = 25m) - E(x = 0)]\,(25m)^2 = -0{,}83\mu C$$

Ejercicio 20: Una carga puntual $q = 3\ \mu C$ se halla en el centro de una esfera de $1\ cm$ de radio. Calcule:

a) el valor del campo eléctrico en los puntos situados en la superficie de la esfera;

b) el valor del flujo del campo eléctrico debido a la carga puntual a través de la superficie de la esfera;

c) el valor del flujo del campo eléctrico debido a la carga puntual a través de la superficie de un cubo de arista 2cm cuyo centro coincide con el centro de la esfera;

d) a la luz del resultado anterior, discuta cómo varía el flujo si

d1) se duplica el área de la superficie que encierra a la carga;

d2) se duplica el valor de la carga encerrada;

e) discuta si el valor del flujo varía si la carga puntual es desplazada del centro de simetría (pero se mantiene dentro de la superficie cerrada).

a) $\boldsymbol{E} = 2{,}7 \times 10^8\ \boldsymbol{e}_r$ N/C; b) $\phi_E = 3{,}39 \times 10^5$ Nm^2/C; c) $3{,}39 \times 10^5$ Nm^2/C; d1) no varía; d2) se duplica; e) el valor del flujo no varía.

Ejercicio 21: regrese al ejercicio 5 y calcule:
a) el potencial (respecto del infinito) de las cargas q_1 y q_2 en el punto (3;2) (donde se halla q_3);
b) el trabajo que realiza la fuerza eléctrica cuando se transporta la carga q_3 desde su posición hasta el punto (0; 2).

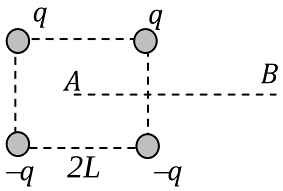
a) V_{q1} =4992,3 V V_{q2}= –10800 V; b) W= 2,28×10^{-3} J

Ejercicio 22: a) regrese al ejercicio 6 y calcule el potencial que genera el alambre en el punto (3;2) respecto del infinito. Compare este valor con el obtenido para el potencial de la carga q_1 en el ejercicio anterior. Discuta a qué se debe la diferencia.
b) a partir del valor del potencial del alambre, calcule el trabajo que debe efectuarse en contra de la fuerza eléctrica para transportar la carga q_3 desde el infinito hasta su posición final, en presencia del alambre y la carga q_2.

$$\left(\int_0^L \frac{dx}{\sqrt{(x-3)^2+4}} = \int_{-3}^{L-3} \frac{du}{\sqrt{u^2+4}} = ln\left[u+\sqrt{u^2+4}\right]_{-3}^{-2,75}\right)$$

a) V_{al}=5040 V b) W= –15,84×10^{-3} J

Ejercicio 23: sea la configuración de cargas de la figura, en la que cuatro cargas puntuales, de valor q las superiores y $-q$ las inferiores, se hallan en los vértices de un cuadrado de lado $2L$ y en el vacío. El punto A se halla en el centro del cuadrado, y el punto B a cierta distancia de A sobre la mediatriz del lado derecho del cuadrado. Halle:



a) la expresión del vector campo eléctrico generado por la configuración en el punto A.
b) el trabajo mecánico requerido para llevar una carga puntual de valor Q desde A hasta B, con energía cinética constante y en contra sólo de la fuerza eléctrica.

a) $\vec{E}_A = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sqrt{2}}{L^2}\, q\ \hat{e}_y$

b) $V_A = V_B = 0$ debido a que A equidista de las cuatro cargas, que suman cero, y en B se anula el potencial de q_1 con el de q_3 y el potencial de q_2 con el de q_4. En consecuencia $W_{AB} = 0$

Ejercicio 24: se coloca una carga puntual $Q>0$ en el centro de una cáscara metálica esférica de radios interno r_{INT} y externo r_{EXT}. Suponiendo que la caja esférica tiene carga $q>0$,
a) halle la expresión del campo eléctrico y del potencial electrostático en las regiones $r < r_{INT}$, $r_{INT} < r < r_{EXT}$, $r > r_{EXT}$;
b) grafique la función campo eléctrico suponiendo $1+\frac{q}{Q} > \left(\frac{r_{EXT}}{r_{INT}}\right)^2$

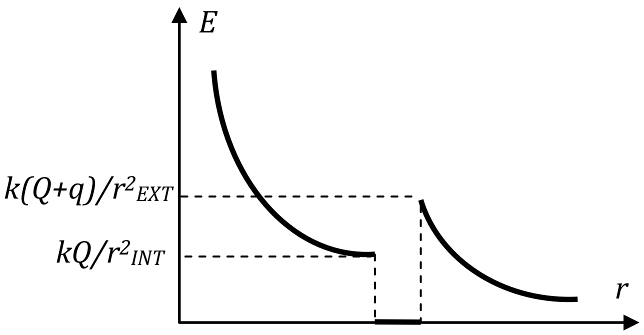
$0 < r < r_{INT}$ $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$ $V(r) = V(r_{INT}) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_{INT}}\right)$ $V(r_{INT}) = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r_{EXT}}$

$r_{INT} < r < r_{EXT}$ $E = 0$ $V(r) = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r_{EXT}}$

a)

$r > r_{EXT}$ $\vec{E} = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$ $V(r) = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

b)



Ejercicio 25: dos cargas puntuales q_1 y $q_2 = -3q_1$ se hallan separadas una distancia d=1m. Halle los puntos sobre la recta que une a las cargas en los que se anula el potencial debido a las cargas.

Si x_{q1}= 0 y x_{q2}= 1m, $V=0$ en x=0,25 m y x=– 0,5 m

Ejercicio 26: sean cuatro cargas puntuales $q_1 = 10^{-4}$ C, $q_2 = -2\times10^{-4}$ C, $q_3 = 3\times10^{-4}$ C, $q_4 = 2\times10^{-4}$ C, ubicadas en los vértices de un cuadrado de 1m de lado.
a) calcule el potencial de la configuración en el centro del cuadrado;
b) justifique si el intercambio de posiciones de las cargas modifica el valor del potencial en el centro del cuadrado;
c) justifique si el valor hallado en (a) vale para todo punto del cuadrado.

a) V=50,9 × 10^5 V; b) El potencial es invariante frente al intercambio de cargas;
c) No, sólo vale en el centro porque para otros puntos varían las distancias a las cargas.

Ejercicio 27: Dos esferas huecas concéntricas de radios r_a y $r_b > r_a$, están cargadas con cargas $Q_a > 0$ y $Q_b < 0$, respectivamente. Se transporta una carga negativa desde la esfera exterior a la interior. Justifique e indique claramente:

a) la dirección y el sentido del campo eléctrico de la configuración en la región interna;

b) la dirección y el sentido de la fuerza eléctrica sobre la carga $q < 0$;

c) la dirección y sentido del gradiente de potencial;

d) el signo del trabajo que debemos realizar en contra de la fuerza eléctrica para transportar la carga a velocidad constante.

a) **E** tiene dirección radial saliente, pues se dirige de la carga positiva a la negativa;

b) **F** es un vector opuesto a **E** porque la carga es negativa (la fuerza es radial y entrante);

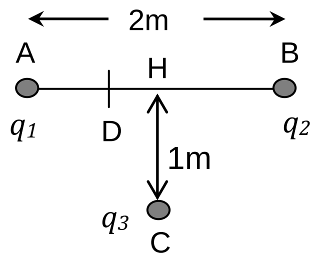
c) el gradiente de potencial es radial y entrante porque siempre es un vector opuesto a **E**;

d) el trabajo es negativo porque ejercemos fuerza en sentido contrario al desplazamiento.

Ejercicio 28: regrese al ejercicio 4, y suponiendo $q' = -2Q$, halle la expresión del potencial que origina la configuración en todo punto del eje X / $x \neq 0$. Calcule la expresión del trabajo que es necesario realizar en contra del campo eléctrico para llevar la carga q' entre dos puntos $x_1 > 0$ y $x_2 > x_1$., y compare con el valor hallado en el inciso (c) del problema 4.

$$V(x) = 2kQ\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+\ell^2}} - \frac{1}{x}\right) \qquad W = -2kQq'\left(\frac{1}{\sqrt{x_2^2+\ell^2}} - \frac{1}{x_2} - \frac{1}{\sqrt{x_1^2+\ell^2}} + \frac{1}{x_1}\right)$$

Ejercicio 29: las cargas q_1 = 2μC y q_2 = –3μC de la figura, ubicadas en los puntos A y B, respectivamente, se hallan separadas una distancia AB=2m. Desde el punto C, ubicado un metro por debajo del punto medio del segmento AB, se lleva una carga q_3 = 5μC al punto D, 30 cm a la derecha de q_1.



a) calcule el trabajo realizado para transportar la carga q_3 desde C hasta D por los siguientes caminos

a1) por la recta CD

a2) CH +HD (H es el punto medio del segmento AB) ;

a3) CC'+C´D (C' es el punto situado 2m por encima de C);

b) calcule la fuerza necesaria para mantener a la carga q_3 en equilibrio en el punto D;

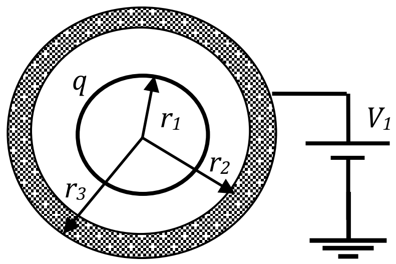
c) discuta y justifique si el trabajo necesario para llevar la carga q_3 a 30 cm a la izquierda de q_2 es mayor, menor o igual que el calculado en el punto (a);

d) discuta y justifique cómo cambian cualitativamente los resultados de los puntos (a) y (b) si la carga q_3 es negativa.

a) W = 0,25 J; b) $\boldsymbol{F}$ =1,04 N hacia la carga q_1;

c) el módulo del trabajo es mayor (de hecho, W = –0,36 J); d) ambos cambian sólo de signo.

Ejercicio 30: un conductor esférico de radio r_1 tiene carga $q>0$. Se encuentra en el interior de una cáscara esférica conductora de radios interno r_2 y externo r_3. Las esferas son concéntricas y la externa se halla conectada a una pila de potencial V_1.



Halle la expresión

a) de la cantidad de carga neta Q sobre la esfera de radio r_3;

b) del campo eléctrico y el potencial generado por esta distribución en todo punto del espacio;

c) justifique si para esta distribución de cargas puede considerar nulo el potencial de infinito;

d) justifique si para esta distribución de cargas puede considerar nulo el potencial en el origen.

a) $Q = 4\pi\varepsilon_0 V_1 r_3$

b) $r < r_1$ $\quad E = 0$ $\quad V(r) = V_1 + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

$r_1 < r < r_2$ $\quad \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$ $\quad V(r) = V_1 + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2}\right)$

$r_2 < r < r_3$ $\quad E = 0$ $\quad V(r) = V_1$

$r > r_3$ $\quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$ $\quad V(r) = V_1 + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3}\right)$

c) Si, porque en el infinito no hay cargas de esta distribución;

d) Si, porque esta distribución no tiene cargas en el origen.

Ejercicio 31: considere un alambre recto de longitud infinita, en vacío, cargado con densidad uniforme de carga $\lambda>0$.

a) halle la expresión del campo eléctrico generado por esta distribución;

b) halle la expresión del potencial electrostático para esta distribución de cargas;

c) justifique si en este caso puede considerar nulo el potencial de infinito;

d) justifique si para esta distribución de cargas puede considerar nulo el potencial sobre el alambre;

e) suponga que se cambia la densidad uniforme de carga por otra variable, digamos, la mitad superior de valor λ_1 y la mitad inferior de valor λ_2. Discuta y justifique cuáles son las simetrías que se conservan.

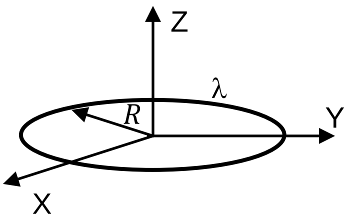
a) $\vec{E}(R) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\hat{e}_R$ $\quad$ b) $V(R) = V(R_0) - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R}{R_0}\right)$ $\quad 0 < R_0 < \infty$

c) No, porque esta distribución tiene carga en el infinito;

d) No, porque sobre el alambre hay cargas;

e) Sólo se conserva la simetría de rotación, se pierde la de traslación y el campo y el potencial dejan de ser cilíndricamente simétricos.

Ejercicio 32: el anillo de la figura, de radio R_a=3m, tiene densidad de carga uniforme $\lambda=2\times10^{-8}$C/m y se halla sobre el plano XY. Calcule el trabajo que realiza el campo eléctrico para transportar a velocidad constante una carga puntual q= 10 μC desde el centro del anillo hasta la posición z=4m.

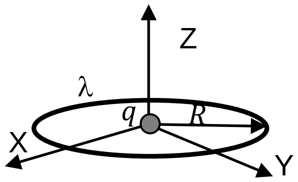


$$W = -2\pi k_0 \lambda\, q\, R_a \left(\frac{1}{\sqrt{R_a^2 + z^2}}\right)_0^{z=4} = 4{,}52 \times 10^{-3}\, J$$

Ejercicio 33: El anillo de la figura, de radio R, tiene densidad de carga lineal $\lambda=\lambda_0 \cos\phi$ (λ_0>0). En el centro del anillo se aloja una carga puntual de valor q (q>0). Halle la expresión:

a) de la fuerza que la carga q ejerce sobre el sector del anillo comprendido entre $\phi=\pi/6$ y $\phi=\pi/2$;

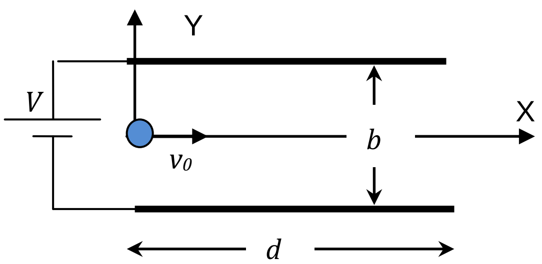
b) el trabajo que debe realizarse en contra del campo para transportar a velocidad constante una carga q idéntica a la del centro del anillo desde $z=z_1 > 0$ hasta $z=z_2>z_1$.



a) $(kq\lambda_0/2R)\,\mathbf{e}_R$;

b) $kq^2\,[(1/z_2) - (1/z_1)] < 0$

Ejercicio 34: dos placas metálicas de longitud d, separadas una distancia b, se hallan a potencial V. Entre estas placas se inyecta con velocidad v_0 un haz de partículas α (núcleos de Helio, ${}_2^4He$) que consisten en dos protones y dos neutrones (en total 4 nucleones) de manera tal que la masa de esta partícula es m_α = 4 m_p = 6,68×10^{-27} kg y su carga vale q_α =2 q_p = 3,2×10^{-19} C (m_p y q_p representan la masa y la carga eléctrica del protón, respectivamente). Escriba la ecuación de la trayectoria, $y=f(x)$, del haz de partículas cuando se mueve entre las placas.



$$y = -\frac{q_\alpha V}{2 m_\alpha b\, v_0^2}\, x^2 \qquad x < d$$

Ejercicio 35: Del siguiente conjunto de afirmaciones sólo dos son verdaderas. Indique cuáles son

	El potencial de una configuración de cargas es nulo si la carga total de la configuración es nula.
	El campo electrostático es tangente a la superficie de un conductor.
	El flujo de campo eléctrico se duplica si se duplica el área de la superficie que encierra las cargas.
	El CE en la superficie de un conductor en equilibrio electrostático es perpendicular a esa superficie.
	El potencial electrostático crece en el sentido del CE.
	El potencial de infinito siempre puede tomarse igual a cero cualquiera sea la configuración de cargas.
	Flujo de campo nulo implica campo eléctrico nulo.
	El potencial de una configuración de cargas crece en sentido opuesto al CE.
	Si la carga total de una configuración es cero, el CE que genera es nulo.
	El teorema de Gauss es válido sólo si la configuración de cargas posee muy alta simetría.
	El potencial electrostático es una medida del trabajo de la fuerza eléctrica.

El CE en la superficie de un conductor en equilibrio electrostático es perpendicular a esa superficie.
El potencial de una configuración de cargas crece en sentido opuesto al CE.

Ejercicio 36: Del siguiente conjunto de afirmaciones sólo dos son verdaderas. Indique cuáles son

	El potencial de una configuración de cargas es una función siempre decreciente con la distancia.
	El campo eléctrico es un vector siempre paralelo a la fuerza eléctrica.
	En un campo eléctrico no nulo una carga en reposo puede mantenerse en reposo.
	El CE en el interior de un conductor es nulo porque no hay carga eléctrica.
	El valor del potencial electrostático en un punto carece de significado físico.
	El potencial de infinito de una configuración finita de cargas debe ser nulo.
	El flujo es una medida del campo eléctrico.
	Dadas dos cargas iguales no existe ningún punto en el que se anule su CE.
	Dadas dos cargas iguales existe un punto no infinito en el que se anula su potencial electrostático.
	El teorema de Gauss es válido sólo para superficies con simetría definida.
	El potencial electrostático es una medida del trabajo de la fuerza eléctrica por unidad de carga.

El valor del potencial electrostático en un punto carece de significado físico.
El potencial electrostático es una medida del trabajo de la fuerza eléctrica por unidad de carga.

Es fundamental expresar vectorialmente los campos. Los primeros ejercicios no lo requieren, y es necesario hacer notar las diferencias entre los tratamientos.
El ejercicio 7 introduce la idea de las líneas de campo. Esta parte es fundamental, y es necesario introducir la idea de la carga de prueba. Introduce a la vez un concepto central: la ruptura de simetría y la aparición de una componente del campo.
Flujo de CE: es fundamental que se reconozco que $\phi E=0$ no implica $E=0$. Debe hacerse notar la importancia de las simetrías involucradas, en particular el hecho de que en situaciones de muy alta simetría el teorema de Gauss permite el cálculo del CE.
El ejercicio 21 es central. Introduce la idea de W proporcional a la ddp, y es fundamental la correcta interpretación el signo de ese trabajo.